

Mons
Assistant Professor
Department of Economics
Maharaja College
Veer Kunwar Singh University, Ara
B.A. Economics
B.A. Sem-2
Paper-MJC2
Topic- Kinds of Functions

फलनों के प्रकार (KINDS OF FUNCTIONS)

विभिन्न आधारों पर फलनों का वर्गीकरण (Classification of Functions) निम्न प्रकार किया जा सकता

(a) एकमानी तथा बहुमानी फलन (Single-value and Multi-valued Functions)- यदि चर x के प्रत्येक मान के लिए फलन y का केवल एक ही मान निर्धारित होता है तो y को x का एकमानी फलन कहा जाता है लेकिन यदि x के प्रत्येक मान के लिए y के दो या दो से अधिक मान निर्धारित होते हैं तो y को x का बहुमानी फलन कहा जाता है। जैसे- $y = f(x) = 3x + 3$ एकमानी फलन है, $y^2 = x^2$ द्विमानी फलन है। $y = \sin^{-1}x$ जहाँ $x = 1/2$ लिए y का मान $30^\circ, 150^\circ, 390^\circ$

(b) सम फलन एवं विषम फलन (Even and Odd Functions)- यदि फलन $y = f(x)$ में x स्थान पर $-x$ रखने से फलन का मान न बदले तो उसे सम फलन कहते हैं। जैसे $y = f(x) = x^2 + 2 = (-x)^2 + 2$
अतः $y = x^2 + 2$ सम फलन है।

यदि फलन $y = f(x)$ में x के स्थान पर $-x$ रखने पर फलन का मान बदल जाय तो उसे विषम फलन कहते हैं। जैसे: $y = f(x) = 3x + 5 \neq -3x + 5$ अतः $y = 3x + 5$ विषम फलन है।

(c) बीजीय या बीजगणितीय फलन एवं अबीजीय फलन (Algebraic and Transcendental Functions)- जो फलन किसी स्वतन्त्र वर की विभिन्न सांख्यिक घातों से प्राप्त पदों से बनता है, उसे बीजीय फलन कहते हैं। वे फलन जो बीजीय नहीं हैं, अबीजीय फलन कहलाते हैं। अबीजीय फलन कई प्रकार के होते हैं-

(i) त्रिकोणमितीय फलन (Trigonometric Functions), जैसे- $y = \sin x$ आदि।

(ii) प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (Inverse Trigonometric Functions), जैसे- $\sin^{-1}(x)$ आदि।

(iii) लघुगणकीय फलन (Logarithmic Functions), - $y = \log(x)$, $y = \log_{10}(x)$, $y = \log_a(x)$.

(iv) चरघातांकी फलन (Exponential Functions), जैसे- $y = e^x$, $y = a^x$, $y = ab^x$

(d) स्पष्ट एवम अस्पष्ट फलन (Explicit and Implicit Functions) ,जब कोई फलन y स्वतंत्र चर x के पदों में स्पष्ट रूप से लिखा हो तो y को x का स्पष्ट फलन कहते हैं, जैसे $y = 3x^3 + 5x^2 + 3x + 7$ आदि।

यदि फलन को y स्वतंत्र चर x के पदों में स्पष्ट रूप में नहीं लिखा गया है तो y को x स्पष्ट फलन कहते हैं। जैसे - $x^3 + 2xy + y^2 = 0$

इस प्रकार के फलन का सामान्य संकेतन $f(x, y) = 0$ है।

(e) परिमेय फलन एवं अपरिमेय फलन(Rational Function and Irrational Function)-जब कोई फलन दो बीजीय फलन जिनमें स्वतंत्र चर का घातांक पूर्णांक हो, के अनुपात के रूप में लिखा जा सके तो उसे परिमेय फलन कहते हैं अन्यथा उसे अपरिमेय फलन कहा जाता है। जैसे-

$f(x) = (3x^2 + 2x)/(4x^4 + 3x^2 + 7)$ परिमेय फलन है।

$f(x) = \sqrt{5x^2 - 3x + 9}$ अपरिमेय फलन है।

(1) परिभाषित एवं अपरिभाषित फलन (Defined and Undefined Functions)- फलन $y = f(x)$ परिभाषित कहलाता है यदि के प्रत्येक वास्तविक मान के लिए $f(x)$ का निश्चित एवं परिमित (Definite and Finite) मान प्राप्त हो जो सर्वथा अर्थपूर्ण हो।

फलन $y = f(x)$ अपरिभाषित कहलाता है यदि x के किसी वास्तविक मान के लिए $f(x)$ का मान निम्नलिखित किसी एक रूप में प्राप्त हो-

$0 \times \infty$, $0/0$, $(\infty)/(\infty)$, $\infty \times \infty$, $\infty - \infty$, 0^0 , ∞^0 , 0^∞ , 1^∞

जैसे: $y = f(x) = (x^2 - 9)/(x - 3)$ का मान $x = 3$ के लिए $0/0$ रूप में आ जाता है। इस तथ्य को हम इस प्रकार कहते हैं: $x = 3$ के लिए $f(x)$ का मान अपरिभाषित (Undefined) है।

(g) असतत एवं सतत फलन (**Discontinuous Function and Continuous Function**)- यदि $x = a$ पर फलन $f(x)$ का मान एवं सीमान्त मान बराबर हो अर्थात् यदि $f(x) = f(a)$ हो तो फलन को $x = a$ पर सतत कहते हैं। जो फलन सतत नहीं है, उसे असतत फलन कहा

(h) आवर्ती फलन (**Periodic Function**)- फलन $y = f(x)$ आवर्ती कहलाता है यदि के प्रत्येक मान के लिए $f(x + k) = f(x)$ हो, जहाँ k कोई वास्तविक संख्या है जो 0 के बराबर नहीं है (अर्थात् $k \neq 0$) । संख्या k को फलन का आवर्त काल (Period) कहते हैं।

(i) अचर फलन (**Constant Function**)- फलन $y = f(x) = c$, जहाँ c एक अचर राशि है, को अचर फलन कहते हैं। अचर फलन में x के प्रत्येक मान के लिए y का मान सदैव स्थिर रहता है।